

Level Abstraksi Reflektif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Teori Bayes

Arfatin Nurrahmah¹, Andri Suryana², Maya Nurfitriyanti³

^{1,2,3}Universitas Indraprasta PGRI

¹arfatinnurrahmah@gmail.com, ²andrisuryana21@gmail.com,

³mayafitri5@gmail.com

Article Info

Article history:

Received Mar 13th 2024

Revised June 15th 2024

Accepted July 23th 2024

Keywords:

Reflective abstraction level;

Problem solving;

Bayes' Theorem

Abstract

This study aims to analyze the level of reflective abstraction of prospective teacher students in solving Bayes' theorem problems in the opportunity theory course. Using a qualitative approach, this research data was taken from prospective 5th semester mathematics teachers, as many as 56 students. The subjects of the study were then selected 5 subjects using purposive sampling techniques. The instruments used are problem-solving tests and interview guidelines have been validated by experts. Documentation data in the form of written test results, videos when doing test questions, and videos during interviews. Qualitative analysis is carried out by data reduction, data presentation, data interpretation, and conclusions. The validity test of the data in this study used triangulation of data collected through various sources, namely comparing the results of student answers and in-depth interviews. The results of this study show that there are differences in the level of skill or capacity of students in solving problems regarding Bayes' proposition. This difference was observed based on the way students thought when given a problem in the form of a story problem.

Kata Kunci:

Level abstraksi reflektif;

Pemecahan masalah;

Teorema Bayes

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis level abstraksi reflektif mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah Teorema Bayes pada mata kuliah teori peluang. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif, data penelitian ini diambil dari calon guru matematika semester 5, sebanyak 56 mahasiswa. Subjek penelitian kemudian dipilih 5 subjek dengan menggunakan teknik *purposive sampling*. Instrumen yang digunakan adalah tes pemecahan masalah dan

pedoman wawancara sudah divalidasi oleh para ahli. Data dokumentasi berupa hasil tes tertulis, video saat mengerjakan soal tes, serta video saat pelaksanaan wawancara. Analisis kualitatif dilakukan dengan reduksi data, penyajian data, interpretasi data, dan penarikan kesimpulan. Uji keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan triangulasi data yang dikumpulkan melalui berbagai sumber yaitu membandingkan hasil jawaban mahasiswa dan wawancara mendalam. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaan tingkat keterampilan atau kapasitas mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan mengenai Dalil Bayes. Perbedaan ini diamati berdasarkan cara berpikir mahasiswa ketika diberikan masalah bentuk soal cerita.

PENDAHULUAN

Teorema Bayes adalah salah satu topik penting dalam teori probabilitas yang dipelajari, dan sangat relevan dalam bidang lainnya. (Berrar 2018); (Thompson and Martin 2017); (Mulligan and Carniello 2023); (Sui 2023). Kesalahpahaman maupun kesulitan dalam mempelajari kendala dalam mengasimilasi pengetahuan yang berkaitan dengan Teorema Bayes, juga dilakukan oleh mahasiswa (Diaz 2007); (Aini and Nuritasari 2022); (Salas-Rueda, Salas-Rueda, and Salas-Rueda 2021). Ketika seseorang diberikan permasalahan berkaitan dengan Teorema Bayes, terjadi proses dari kata-kata dan angka-angka yang disajikan, melalui representasi dan perhitungan yang dilakukan untuk mengubah informasi yang disajikan menjadi model matematika yang diminta (Johnson and Tubau 2015).

Setiap orang yang menghadapi masalah akan mengalami proses berpikir. Proses ini melibatkan berbagai tindakan kognitif seperti representasi, abstraksi, pengintegrasian, dan penggunaan pengetahuan sebelumnya. Oleh karena itu, pemecahan masalah dapat didefinisikan sebagai proses di mana seseorang menggunakan berbagai solusi yang dianggap logis dan sesuai dengan model mentalnya (Prayekti et al. 2020).

Piaget membedakan tiga bentuk abstraksi, yaitu abstraksi empiris, abstraksi empiris semu, dan abstraksi reflektif. Ada dua bagian abstraksi

reflektif: merefleksikan operasi pada tingkat yang lebih rendah dan merekonstruksi dan mengintegrasikannya pada tingkat yang lebih tinggi (Cetin and Dubinsky 2017). Abstraksi reflektif dapat dibedakan menjadi beberapa level sebagaimana diungkapkan oleh Cifarelli, level pertama yaitu *instrumental*, level kedua *recognition*, level ketiga *reflection on a perceptual expression of a re-presentation*, level keempat *representation*, level kelima *structural abstraction*, dan level keenam *structural awareness*. Pada penelitian lainnya, keenam level dipersempit menjadi empat level, yaitu *recognition*, *representation*, *structural abstraction*, dan *structural awareness* (Wafiqoh, Kusumah, and Juandi 2020); (Fitriani, Suryadi, and Darhim 2018).

Abstraksi reflektif memiliki keterkaitan dengan pemecahan masalah. Ketika seorang individu dihadapkan pada situasi baru, ia melakukan kombinasi pengetahuan (struktur matematika) untuk menyelesaikan masalah tersebut (Clarke 2014). Berdasarkan jawaban yang diberikan, perlu diperhatikan bagaimana jawaban tersebut diperoleh, langkah-langkah penyelesaian masalah, serta aturan dan konsep yang diterapkan. Dubinsky mengusulkan bahwa abstraksi reflektif dapat menjadi alat yang ampuh dalam studi pemikiran matematis tingkat lanjut dan dapat memberikan penjelasan mengenai kesulitan yang dialami siswa dengan konsep matematika (Jojo, Maharaj, and Brijlall 2012). Memandang hal tersebut, maka penting untuk dilakukan kajian lebih lanjut terkait level abstraksi reflektif mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah Teorema Bayes pada mata kuliah teori peluang.

METODE PENELITIAN

Studi ini menggunakan metodologi kualitatif. Paradigma interpretatif digunakan karena tujuan utama penelitian ini adalah menganalisis pemikiran matematis mahasiswa berdasarkan level abstraksi reflektif dalam konteks Teorema Bayes. Penelitian kualitatif memiliki lingkungan alami, peneliti berfungsi sebagai alat utama, sumber data ganda, analisis data induktif, desain baru, dan penjelasan *holistic* (Creswell & Plano Clark, 2018).

Data penelitian ini dikumpulkan dari 56 siswa yang sedang mengambil mata kuliah pengantar teori peluang di semester kelima. Setelah itu, teknik *purposive sampling* digunakan untuk memilih lima subjek penelitian. Teknik *purposive sampling* adalah metode pengambilan sampel dari sumber data berdasarkan beberapa pertimbangan (Sukestiyarno, 2020). Pertimbangan pemilihan subjek yang dapat mewakili masing-masing level abstraksi reflektif dalam menyelesaikan masalah Teorema Bayes. Pertimbangan lain adalah subjek dapat berkomunikasi aktif, dengan alasan untuk memudahkan peneliti dalam menggali informasi.

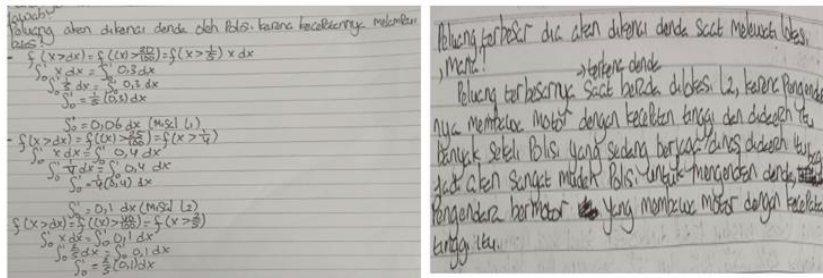
Instrumen yang digunakan adalah tes pemecahan masalah dan pedoman wawancara sudah divalidasi oleh para ahli. Data dokumentasi berupa hasil tes tertulis, video saat mengerjakan soal tes, serta video saat pelaksanaan wawancara. Lembar jawaban tes yang dikumpulkan diperjelas melalui pertanyaan wawancara (Creswell & Plano Clark, 2018). Untuk setiap subjek, wawancara dilakukan melalui *zoom* dengan durasi sekitar 30 hingga 45 menit. Percakapan direkam untuk menghasilkan transkrip lengkap wawancara. Analisis kualitatif melibatkan reduksi, penyajian, interpretasi, dan penarikan kesimpulan dari data. Dengan membandingkan hasil wawancara dan jawaban mahasiswa, triangulasi data yang dikumpulkan dari berbagai sumber digunakan untuk menguji keabsahan data penelitian.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan tes yang diberikan kepada 56 mahasiswa, maka didapatkan hasil sebagai berikut, terdapat 8 mahasiswa berada pada *level instrumental*, 25 mahasiswa pada *level recognition*, 9 mahasiswa pada *level representation*, 3 mahasiswa pada *level structural abstraction*, dan 11 mahasiswa pada *level structural awareness*. Dari masing-masing level tersebut, kemudian diambil satu subjek untuk diwawancara dan menggali lebih dalam terkait proses berpikir dalam menyelesaikan masalah Teorema Bayes. Berikut masing-masing penjabaran dari hasil kajian terhadap subjek penelitian di masing-masing level.

Subjek 1 (S1) pada Level Instrumental

S1 cenderung tidak dapat mengingat serta mengidentifikasi konsep yang relevan dalam menyelesaikan masalah saat mengerjakan soal. Meskipun S1 memberikan jawaban di lembar kerjanya, apa yang dituliskannya bukan konsep yang tepat. Lembar jawaban S1, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Hasil pekerjaan S1

Permasalahan yang diberikan terkait dengan Teorema Bayes, namun S1 memberikan jawaban lain di luar konteks permasalahan. Berdasarkan hasil wawancara, S1 menyatakan bahwa dia lupa bagaimana cara menyelesaikan soal ini. Berikut kutipan wawancara dengan S1.

P : “Untuk jawaban kamu, konsep apa sih yang digunakan untuk menjawab pertanyaan tadi?”

S1 : “Saya lupa konsep apa namanya.”

P : “Tapi yang dikerjakan sama kamu ini, kan rumus integral ya, kenapa kamu kepikiran menggunakan konsep integral?”

S1 : “Karena itu kan masih permisalan Bu”

Hasil wawancara menunjukkan bahwa S1 menulis simbol matematika tanpa mengetahui untuk apa dan bagaimana mereka bekerja. Sebagai ilustrasi, lihat kutipan wawancara berikut.

P : “Lalu untuk integral, kenapa menggunakan batas atas 0 dan batas atas 1? Alasannya apa?”

S1 : “Saya feeling saja Bu”

Konsep dasar S1 terhadap permasalahan yang diberikan masih lemah. Terjadi miskonsepsi terkait peluang yang dialami oleh S1. Seperti ketika ditanyakan kisaran nilai peluang suatu kejadian, yaitu $0 \leq P(A) \leq 1$. S1 kemudian hanya berasumsi berdasarkan soal yang diberikan saat membuat kesimpulan dari hasil jawabannya. Berdasarkan hasil tes dan wawancara S1, mereka cenderung berada pada tingkat instrumental, artinya mereka menggunakan prosedur atau aturan matematis tanpa mengetahui alasan yang tepat. Akibatnya, S1 tidak mampu mengidentifikasi konsep-konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah, tidak mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat untuk menyelesaikan situasi masalah, dan tidak mampu menuliskan konsep-konsep tersebut ke dalam model matematika.

Subjek 2 (S2) pada Level *Recognition*

S2 dapat memahami konsep yang relevan untuk menggabungkan masing-masing konsep saat menyelesaikan masalah yang diberikan; S2 dapat mengidentifikasi bahwa Teorema Bayes adalah konsep yang digunakan; dan S2 mengatakan bahwa dia tahu cara menyelesaikan soal yang diberikan dengan menggunakan Teorema Bayes dan peluang bersyarat. Namun, S2 masih gagal menulis simbol matematika dalam menyelesaikan situasi masalah serta menuliskannya ke dalam model matematika. seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.

The image shows two pieces of handwritten mathematical work. The left piece shows conditional probability calculations:

$$P(A_1|B_1) = \frac{0,2}{0,3} = \frac{0,2}{0,3} = 0,66$$

$$P(A_2|B_1) = \frac{0,25}{0,4} = 0,63$$

$$P(A_3|B_1) = \frac{0,4}{0,1} = 4$$

$$P(A_4|B_1) = \frac{0,15}{0,2} = 0,75$$

The right piece shows an application of the law of total probability for P(A):

$$P(A) = \sum P(B_i) P(A|B_i)$$

$$= (0,3)(0,66) + (0,4)(0,63) + (0,1)(4) + (0,2)(0,75)$$

$$= 0,198 + 0,252 + 0,4 + 0,15$$

$$P(A) = 1$$

Red circles highlight errors: the first circle in the left piece is around the fraction $\frac{0,2}{0,3}$ and the second is around the fraction $\frac{0,25}{0,4}$. In the right piece, a red circle is around the term $P(A|B_i)$ in the summation formula.

Gambar 2. Hasil Pekerjaan S2

S2 dalam menuliskan penyelesaian soal yang diberikan, tidak menggunakan notasi dengan tepat. Seperti penulisan peluang bersyarat $P(A_1|B_1)$ tidak tepat, kemudian S2 menuliskan notasi “C” yang ketika wawancara dia menyebutkan itu adalah konstanta. Selanjutnya, S2 juga

salah mengasumsikan bahwa nilai $P(A)$ harus sama dengan satu. S2 tidak memberikan kesimpulan atas permasalahan yang diberikan, dengan alasan waktu yang diberikan tidak cukup, sehingga dia terburu-buru dalam mengerjakan.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara, S2 cenderung berada pada level *recognition*, di mana dia dapat mengingat dan mengidentifikasi kembali ide-ide yang relevan untuk menyelesaikan masalah. Namun, dia masih belum mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat untuk menyelesaikan situasi masalah, dan dia juga kurang tepat dalam memberikan argumen atau alasan untuk keputusan yang dibuat.

Subjek 3 (S3) pada Level *Representation*

Dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan, S3 dapat memahami konsep terkait untuk menggabungkan masing-masing konsep tersebut. S3 dengan tepat menuliskan informasi apa saja yang diketahui dan ditanyakan pada soal. S3 dapat merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika dalam menyelesaikan situasi masalah serta menuliskannya ke dalam model matematika, walaupun rencana penyelesaian tidak dijalankan sampai selesai. Seperti terlihat pada Gambar 3.

$$\begin{aligned}
 P(A) &= \sum P(B_i) P(A|B_i) \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{5}\right) \\
 &= \frac{1}{10} + \frac{3}{20} + \frac{3}{50} + \frac{1}{100} \\
 &= \frac{10}{100} + \frac{15}{100} + \frac{6}{100} + \frac{1}{100} \\
 &= \frac{32}{100} \\
 &= \frac{23}{100}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(B_2|A) &= \frac{P(B_2)P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0.1 \cdot 0.12}{0.23} \\
 &= 0.13
 \end{aligned}$$

Gambar 3. Hasil Pekerjaan S3

Dalam mencari nilai total peluang (peluang dia akan terkena denda), S3 menuliskan rumus dengan tepat. S3 juga melakukan konversi nilai yang diketahui dari bentuk persentase ke dalam pecahan serta menyederhanakan

perhitungan dengan menyamakan penyebut. Namun, dalam mencari peluang terbesar dia akan terkena tilang di jalan yang mana, S3 tidak melakukan rencana penyelesaian dengan tepat. Selain dia tidak mencari nilai peluang terkena denda di setiap lokasi, perhitungan yang dilakukan pun tidak tepat. Seperti yang tertulis pada kutipan wawancara berikut.

P : “Kenapa hanya mencari nilai $P(B_3|A)$?”

S3 : “Tadinya kan saya mau menjabarkan semua bu 1 1, untuk cari peluang di lokasi mana yang terbesar, tapi saya baru ingat saat sudah dikumpulkan Bu, karena Saya buru-buru kumpulannya.”

P : “Kenapa di $P(A)$ ini malah 0,3?”

S3 : “Oia bu, buru-buru jadi 2 nya ketinggalan”

Berdasarkan hasil tes dan wawancara, maka S3 cenderung berada pada level representasi, di mana dapat mengingat dan mengidentifikasi kembali konsep-konsep yang berkaitan untuk menyelesaikan masalah, mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat dan menjalankan rencana penyelesaian walaupun penyelesaian yang dilakukan belum tuntas. Hal ini mengakibatkan S3 tidak memberikan kesimpulan atas penyelesaian yang diberikan.

Subjek 4 (S4) pada Level *Structural Abstraction*

Dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan, S4 dapat memahami konsep terkait untuk menggabungkan masing-masing konsep tersebut, tepat menuliskan informasi apa saja yang diketahui dan ditanyakan pada soal, menguraikan strategi untuk menyelesaikan masalah dengan tepat. Namun, S4 keliru di perhitungan akhir sehingga kesimpulan yang diberikan tidak tepat. Seperti terlihat pada Gambar 4.

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,3}{0,23} = \frac{0,06}{0,23} = 0,26 = 26\%$$

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2)P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,23} = 0,43 = 43\%$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(B_3)P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{0,04}{0,23} = 0,17 = 17\%$$

$$P(B_4|A) = \frac{P(B_4)P(A|B_4)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,2} = 0,75 = 75\%$$

peluang terbesar akan tertera tinggi dalam pengaloran menuju kampus adalah pada lokasi L4 dengan komposisi peluang 75%

Gambar 4. Hasil Pekerjaan S4

Ketika dilakukan konfirmasi ulang melalui wawancara, S4 menyadari bahwa ia salah dalam menuliskan nilai sehingga hasil yang didapat tidak tepat. Berikut kutipan wawancara dengan S4.

P : “Tolong dijelaskan kembali, bagaimana langkah-langkah penyelesaian yang kamu lakukan?”

S4 : “Kalau $P(B_1|A)$ kan itu Saya jabarkan dulu 0,2 dikali 0,3 lalu dibagi dengan hasil $P(A)$ yang di atas yaitu 0,23, lalu hasilnya $0,26 = 26\%$ ”, Saya ambil 2 angka di belakang koma. Yang lain juga sama bu caranya. Tapi kayanya saya salah bu di $P(B_4|A)$ Bu, setelah kumpulin Saya baru sadar salah nulis, Bu.”

P : “Seharusnya bagaimana?”

S4 : “Itu 0,15 seharusnya 0,03”

Berdasarkan hasil tes dan wawancara, maka S4 cenderung berada pada level abstraksi struktural, di mana dapat mengingat dan mengidentifikasi kembali konsep-konsep yang berkaitan untuk menyelesaikan masalah, mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat dan menjalankan rencana penyelesaian dengan tuntas, menguraikan strategi untuk menemukan bahwa peluang terbesar dapat disimpulkan apabila semua nilai Bayes ditemukan, walaupun kurang tepat. S4 tidak menyelidiki kembali keabsahan dari jawaban yang dituliskannya. Namun dalam hal ini, S4 melakukan refleksi karena menyadari apa kesalahan yang dilakukan ketika menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Setelah dilakukan refleksi, S4 dapat

memberikan jawaban yang tepat bahwa peluang terbesar akan terkena tilang dalam perjalanan menuju kampus adalah saat melewati lokasi L2 dengan peluang sebesar 0,43.

Subjek 5 (S5) pada Level *Structural Awareness*

S5 dapat secara rinci mengidentifikasi konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menyelesaikan masalah Bayes, seperti konsep partisi, peluang bersyarat. Setelah mengidentifikasi konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menjawab permasalahan, S5 menuliskan apa yang diketahui berdasarkan informasi pada soal. S5 dapat merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika dalam menyelesaikan situasi masalah serta menuliskannya ke dalam model matematika, menjalankan rencana penyelesaian, menguraikan strategi dan memberikan argumen terhadap apa yang dituliskannya dengan tepat. Seperti terlihat pada Gambar 5.

Contoh $P(B_i|A) \quad i = 1, 2, 3, 4$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1) P(B_1)}{P(A)} = \frac{(3/10)(1/5)}{23/100} = \frac{4/100}{23/100} = \frac{4}{23} \approx 0,26$$

$$P(B_2|A) = \frac{P(A|B_2) P(B_2)}{P(A)} = \frac{(2/5)(1/4)}{23/100} = \frac{10/100}{23/100} = \frac{10}{23} \approx 0,43$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3) P(B_3)}{P(A)} = \frac{(1/10)(2/5)}{23/100} = \frac{4/100}{23/100} = \frac{4}{23} \approx 0,17$$

$$P(B_4|A) = \frac{P(A|B_4) P(B_4)}{P(A)} = \frac{(1/5)(3/10)}{23/100} = \frac{3/100}{23/100} = \frac{3}{23} \approx 0,13$$

Analisis hasil contoh bahwa:
 $P(B_2|A) > P(B_1|A) > P(B_3|A) > P(B_4|A)$
 $0,43 > 0,26 > 0,17 > 0,13$

Maka jika seseorang terkena tilang, peluang / kemungkinan terbesar akan terkena tilang di lokasi (L₂)

Gambar 5. Jawaban dari S5

S5 cenderung berada pada level *structural awareness* dikarenakan mampu memikirkan struktur-struktur yang membangun konsep sebagai objek dan mampu memutuskan tanpa mengusahakan aktivitas fisik atau non fisik dalam merepresentasikan metode penyelesaiannya. Berikut kutipan wawancara dengan S5.

P :” Untuk menjawab permasalahan yang diberikan, konsep apa yang kamu gunakan?”

S5 : “Karena soalnya itu tentang peluang Bu, ada peluang bersyaratnya juga, maka kita pakai konsep Bayes. Yang pertama-tama, Saya definisikan partisi-partisinya dulu terhadap semesta yang sama. Karena jumlah semua partisi peluang itu sama dengan 1. Kita dapat $P(B1)$ 20%, dia lewat jalur pertama, jalur kedua 25%, jalur ketiga 40%, jalur keempat 15%. Jika dijumlahkan pasti hasilnya 1.

P : “Lalu alasan kamu menuliskan (pada gambar 8 bawah), ini apa?”

S5 : “Sebenarnya, $P(B2|A)$ atau peluang dia terkena tilang di lokasi 2 itu tidak perlu kita cari pakai perbandingan peluang partisinya tadi di lokasi 2 itu $\frac{1}{4}$, tapi peluang dia terkena tilang pada saat di lokasi 2, 0,4 itu paling besar di banding lokasi lain. Jadi, pakai perbandingan itu kita sudah bisa dapat kesimpulannya, Bu”

Penjabaran berdasarkan hasil analisis masing-masing subjek, maka dapat disederhakan dalam bentuk Tabel 1.

Tabel 1. Level Abstraksi Reflektif Subjek Penelitian

Subjek	Level AR	Karakteristik
S1	<i>Instrumental</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Menggunakan prosedur atau aturan matematis tanpa mengetahui alasan yang tepat. 2. Belum mampu mengingat dan mengidentifikasi konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menyelesaikan permasalahan. 3. Belum mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat dalam menyelesaikan situasi masalah, serta menuliskannya ke dalam model matematika.

Subjek	Level AR	Karakteristik
S2	<i>Recognition</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu mengingat dan mengidentifikasi kembali konsep-konsep yang berkaitan untuk menyelesaikan masalah. 2. Belum mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat dalam menyelesaikan situasi masalah. 3. Belum mampu dalam memberikan argumen-argumen atau alasan-alasan terhadap keputusan yang dibuat.
S3	<i>Representation</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu mengingat dan mengidentifikasi kembali konsep-konsep yang berkaitan untuk menyelesaikan masalah. 2. Mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat. 3. Mampu menjalankan rencana penyelesaian walaupun penyelesaian yang dilakukan belum tuntas atau kurang tepat. 4. Belum mampu memberikan kesimpulan atas penyelesaian yang diberikan.
S4	<i>Structural abstraction</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu mengingat dan mengidentifikasi kembali konsep-konsep yang berkaitan untuk menyelesaikan masalah. 2. Mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika yang tepat dan menjalankan rencana penyelesaian dengan tuntas. 3. Mampu menguraikan strategi untuk menemukan penyelesaian walaupun kurang tepat. 4. Melakukan refleksi karena menyadari apa kesalahan yang dilakukan ketika

Subjek	Level AR	Karakteristik
		<p>menyelesaikan permasalahan yang diberikan.</p> <p>5. Memberikan kesimpulan atas penyelesaian yang diberikan setelah melakukan refleksi.</p>
S5	<i>Abstraction Awareness</i>	<p>1. Mampu mengidentifikasi konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menyelesaikan masalah.</p> <p>2. Mampu merancang strategi dengan menggunakan simbol matematika dalam menyelesaikan situasi masalah serta menuliskannya ke dalam model matematika.</p> <p>3. Mampu menjalankan rencana penyelesaian serta menguraikan strategi.</p> <p>4. Mampu memberikan argumen terhadap apa yang dituliskannya dengan tepat.</p>

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaan tingkat keterampilan atau kapasitas mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan mengenai Dalil Bayes. Perbedaan ini diamati berdasarkan cara berpikir mahasiswa Ketika diberikan masalah bentuk soal cerita, antara lain: bagaimana pemahaman terhadap konteks masalah yang diberikan, bagaimana representasikan masalah matematis, bagaimana pemilihan strategi yang digunakan, bagaimana menjalankan rencana, serta bagaimana menarik kesimpulan dari hasil yang sudah dituliskan. Hal ini sesuai dengan penelitian terdahulu, bahwa model proses pemecahan masalah probabilitas yang mencakup tahapan berikut: 1) pemahaman teks; 2) representasi masalah matematis; 3) perumusan dan seleksi strategi; 4) eksekusi strategi (Zahner and Corter 2010).

Dari Tabel 1, mahasiswa yang berada pada level *instrumental* hingga *representation*, masih kesulitan menyelesaikan masalah yang diberikan. Hal ini diakibatkan karena hanya terpaku pada konsep Bayesnya saja tanpa mengaitkan dengan konsep prasyarat seperti peluang bersyarat, partisi, dan

total peluang secara umum. Ketika pembelajar menetapkan suatu aktivitas baru (memanggil serangkaian tindakan), mereka sebenarnya memanggil serangkaian konsep yang tersedia dimana tindakan tersebut merupakan salah satu komponennya (Simon 2022).

Selain itu, jenis soal cerita juga dianggap sulit oleh subjek seperti S1 dan S2, karena memerlukan pemikiran secara abstrak tentang suatu situasi, dan kemudian memodelkan situasi tersebut menggunakan konsep matematika (Zahner and Corter 2010). Pengenalan kata yang buruk adalah salah satu tantangan dalam memecahkan masalah kata-kata (Quilang and Lazaro 2022). Hasil penelitian lain mengungkapkan bahwa siswa tidak memiliki tingkat kemampuan yang baik dalam memecahkan masalah probabilitas bersyarat, sehingga mereka bingung dengan rumusan masalah kejadian independen meskipun mereka menunjukkan tingkat kemampuan yang memuaskan untuk memecahkan masalah jenis lain (Sandoval-Bravo et al. 2019).

Berdasarkan hasil di atas, level abstraksi reflektif mahasiswa dominan berada pada level *recognition*, serta belum mencapai tahap representasi (25 mahasiswa pada level *recognition*, 9 mahasiswa pada level *representation*). Hal ini perlu menjadi perhatian bagi pengajar, karena keberhasilan pembelajaran probabilitas bergantung pada representasi dan aktivitas yang digunakan. Kvatinsky dan Even menjelaskan berbagai representasi dan model untuk pengajaran probabilitas (misalnya tabel, diagram pohon, atau grafik) dan berpendapat bahwa pengajar juga perlu mengetahui kapan setiap representasi atau model sesuai dan bagaimana keterhubungannya sebagai serangkaian contoh dan konteks yang dapat menggambarkan konsep, sifat, dan teorema probabilistik (Ingram 2022). Representasi grafis serupa dapat meningkatkan penyelesaian beberapa jenis masalah probabilistik (Agus et al. 2014). Selain itu, ketika mencoba untuk menghasilkan abstraksi reflektif, hal terbaik yang dapat diharapkan oleh seorang guru-peneliti adalah melibatkan mahasiswa dalam tugas-tugas yang melibatkan rangkaian baru dari operasi yang sudah ada (Cetin and Dubinsky 2017).

SIMPULAN

Dalam penelitian ini, tanggapan mahasiswa terhadap masalah Bayes dianalisis dalam upaya menemukan level abstraksi reflektif. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, menunjukkan bahwa mahasiswa terlibat pada tingkat yang berbeda oleh karena itu diperlukan intervensi atau dukungan berbeda untuk mengembangkan konstruksi mental yang diperlukan, agar level abstraksi reflektif juga meningkat. Penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar guru menampilkan pemecahan masalah yang terbatas dalam konteks Dalil Bayes. Oleh karena itu, penting bagi peneliti lain untuk mempertimbangkan hasil penelitian ini dan menerapkan program yang dapat meningkatkan pemahaman guru matematika tentang konsep teori peluang.

DAFTAR PUSTAKA

- Agus, Mirian, Maria Pietronilla Penna, Maribel Peró-Cebollero, Joan Guàrdia-Olmos, and Eliano Pessa. 2014. "The Application of Graphical Representations in Estimation of Probabilistic Events." *Journal of Theories and Research in Education* 9(1):235–52. doi: 10.6092/issn.1970-2221/4299
- Aini, Septi Dariyatul, and Fetty Nuritasari. 2022. "Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Teorema Bayes." Pp. 59–67 in *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Umt 2022*
- Berrar, Daniel. 2018. "Bayes' Theorem and Naive Bayes Classifier." *Encyclopedia of Bioinformatics and Computational Biology: ABC of Bioinformatics* 1–3 (January 2018):403–12. doi: 10.1016/B978-0-12-809633-8.20473-1
- Cetin, Ibrahim, and Ed Dubinsky. 2017. "Reflective Abstraction in Computational Thinking." *Journal of Mathematical Behavior* 47(July):70–80. doi: 10.1016/j.jmathb.2017.06.004
- Clarke, Nicola M. 2014. "A Person-Centred Enquiry into the Teaching and Learning Experiences of Reflection and Reflective Practice - Part One." *Nurse Education Today* 34(9):1219–24. doi: 10.1016/j.nedt.2014.05.017

- Diaz, Carmen. 2007. "Assesing Students' Difficulties with Conditional Probability and Bayesian Reasoning." *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2(3). doi: 10.1021/ed085p1019
- Fitriani, Nelly, Didi Suryadi, and Darhim Darhim. 2018. "The Students' Mathematical Abstraction Ability Through Realistic Mathematics Education With Vba-Microsoft Excel." *Infinity Journal* 7(2):123. doi: 10.22460/infinity.v7i2.p123-132
- Ingram, Jenni. 2022. "Randomness and Probability: Exploring Student Teachers' Conceptions." *Mathematical Thinking and Learning* 00(00):1–19. doi: 10.1080/10986065.2021.2016029
- Johnson, Eric D., and Elisabet Tubau. 2015. "Comprehension and Computation in Bayesian Problem Solving." *Frontiers in Psychology* 6(September):1–19. doi: 10.3389/fpsyg.2015.00938
- Jojo, Zingiswa Monica Mybert, Aneshkumar Maharaj, and Deonarain Brijlall. 2012. "Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of the Chain Rule--Work in Progress." *US-China Education Review B* 4 (2012) 4:408–14
- Mulligan, Bryce P., and Trevor N. Carniello. 2023. "A Procedure for Predicting, Illustrating, Communicating, and Optimizing Patient-Centered Outcomes of Epilepsy Surgery Using Nomograms and Bayes' Theorem." *Epilepsy and Behavior* 140:109088. doi: 10.1016/j.yebeh.2023.109088
- Prayekti, Novi, Toto Nusantara, Sudirman, Hery Susanto, and Imam Rofiki. 2020. "Students' Mental Models in Mathematics Problem-Solving." *Journal of Critical Reviews* 7(12):468–70. doi: 10.31838/jcr.07.12.83
- Quilang, Liezl Joy Lazaro, and Lyndon Laborte Lazaro. 2022. "Mathematical Connections Made during Investigative Tasks in Statistics and Probability." *International Journal of Evaluation and Research in Education* 11(1):239–49. doi: 10.11591/ijere.v11i1.21730
- Salas-Rueda, Ricardo Adan, Erika Patricia Salas-Rueda, and Rodrigo David Salas-Rueda. 2021. "Analysis of the Web Application on Bayes' Theorem Considering Data Science and Technological

- Acceptance Model.” *Turkish Online Journal of Distance Education* 22(3):1–26. doi: 10.17718/tojde.961819
- Sandoval-Bravo, Salvador, Pedro Luis Celso-Arellano, Victor Gualajara, and Semei Coronado. 2019. “An Approximation of University Students’ Learning Ability in the Area of Probability.” *European Journal of Contemporary Education* 8(4):864–78. doi: 10.13187/ejced.2019.4.864
- Simon, Martin A. 2022. “Contributions of the Learning through Activity Theoretical Framework to Understanding and Using Manipulatives in the Learning and Teaching of Mathematical Concepts.” *Journal of Mathematical Behavior* 66(October 2021):100945. doi: 10.1016/j.jmathb.2022.100945
- Sui, Jiaming. 2023. “The Application of Bayesian Theorem.” *Highlights in Science, Engineering and Technology* 49:557–62. doi: 10.54097/hset.v49i.8613
- Thompson, David R., and Colin R. Martin. 2017. “Bayes’ Theorem and Its Application to Cardiovascular Nursing.” *European Journal of Cardiovascular Nursing* 16(8):659–61. doi: 10.1177/1474515117712317
- Wafiqoh, Risnina, Yaya Kusumah, and Dadang Juandi. 2020. “Two Parts of Reflective Abstraction: For New Problem Solving and Mathematical Concept.” doi: 10.4108/eai.12-10-2019.2296403
- Zahner, Doris, and James E. Corter. 2010. “The Process of Probability Problem Solving: Use of External Visual Representations.” *Mathematical Thinking and Learning* 12(2):177–204. doi: 10.1080/10986061003654240

